

بِسْمِ اللّٰهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِیْمِ

پایداری سازه ها

پایداری ستون های پله ای و

باریک شونده دارای نقص اولیه

مقدمه

اعضای فولادی با مقاطع غیر یکنواخت

کمینه کردن وزن

کم کردن هزینه ساخت سازه

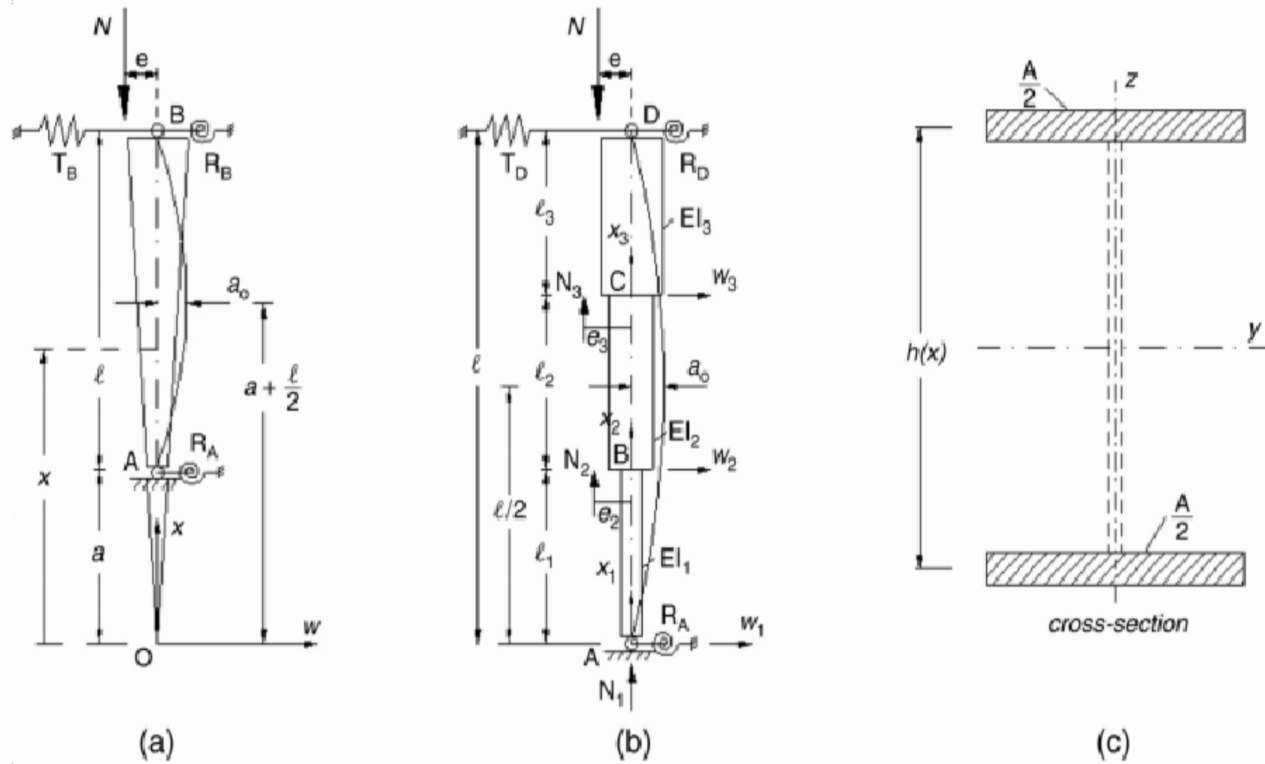
برای بررسی پایداری کل سازه در هنگام طراحی این گونه اعضا (ستون های با مقاطع غیر یکنواخت) لازم است که منجر به تعیین دقیق بار کمانش هر عضو می شود. بارگذاری اصلی شامل بار فشاری است که با خروج از مرکزیت نسبت به محور خنثی ستون وارد می شود.

در این مطالعه اثر نقایص اولیه که در اثر خروج از
محوریت بار می باشند روی پایداری ستون های با مقاطع
غیر یکنواخت به طور کامل بررسی شده است. وجود این
نقایص عاملی برای کاهش ظرفیت باربری سیستم های
سازه ای است به خصوص آنهایی که دارای بار محوری
فشاری هستند.

مسئله توسط ستون های دارای جان با ارتفاع متغیر تدریجی یا پله ای دارای یک ناکاملی اولیه به صورت سهمی و شرایط مرزی که معمولاً در عمل مشاهده می شود مطالعه شده است. روش مورد استفاده بر اساس حل دقیق معادله دیفرانسیل برای کمانش ستون با مقاطع ثابت و یا متغیر است در حالی که معیار شکل پذیری (پلاستیسیته) برای تعیین خرابی مواد در حالت کمانش لحاظ شده است. ستون ها در دو جهت مهار شده در نظر گرفته می شوند. بنابراین امکان کمانش حول محور ضعیف غیر محتمل است.

در این مقاله بیشتر تکیه بر مدل های تحلیلی است که نتیجه کیفی از بارهای کمانشی برای ستونهای مخروطی و پله ای را به همراه دارد و تعیین کردن اثر تغییرات مشخصات همراه با ناکاملی را روی رفتار کمانشی این ستون ها که شامل گسیختگی مصالح است. این برای طراح بسیار کمک کننده است به نحوی که می تواند روش ارائه شده برای تعیین ظرفیت باربری با دقت مناسب را به آسانی برای چنین ستون هایی به کار گیرد.

به کار گیری آنالیز اجزا محدود برای صحت سنجی نتایج است و نتایج عددی و تحلیلی با دقت معقولی به هم مرتبط هستند. نتایج تحلیلی برای بارهای پلاستیک (حاصل شده با تئوری کمانش خطی) بر مبنای این فرض هستند که گسیختگی مواد در تغییر مکان های شکل I جانبی کم رخ می دهد که برای ستون های فولادی با مقاطع بال پهن فرض درستی است



شکل (a). 1. ستون با مقطع باریک شونده (مخروطی)، (b) ستون با مقطع پله ای، (c) مقطع ستون با ارتفاع متغیر

آنالیز تئوری

معادله دیفرانسیل کلی کمانش ستون

$$-\frac{d^2}{dx^2} \left[EI(x) \frac{d^2 w}{dx^2} \right] + N \frac{d^2 w}{dx^2} = 0 \quad (1)$$

در اثر وجود ناکاملی تغییر مکان با آن جمع می شود تا میزان تغییر مکان کل حاصل شود

$$w_T(x) = w_0(x) + w(x). \quad (2)$$

این رابطه معتبر است چون لنگر های خمشی با تغییر انحنا یا همان مرتبط است در حالی که اثر نیروی محوری روی تغییر مکان کل است. با توجه به اینکه نیروی محوری همیشه فشاری در نظر گرفته می شود رابطه به صورت زیر در می آید

$$\frac{d^2}{dx^2} \left[EI(x) \frac{d^2 w}{dx^2} \right] + N \frac{d^2 w}{dx^2} = -N \frac{d^2 w_0}{dx^2}. \quad (3)$$

ناکاملی به صورت سهمی فرض شده است که بیشینه مقدار را در
میان ستون دارد و با رابطه زیر بیان می شود:

$$w_0(x) = c_1x^2 + c_2x + c_3 \quad (4)$$

با توجه به شرایط مرزی حاصل می شوند c_1, c_2, c_3 که ضرایب

در ادامه دو نمونه ستون فولادی با مقطع غیر یکنواخت بررسی
میشود:

ستون باریک شونده با مقطع عرضی به ارتفاع که به طور خطی
تغییر می کند l در طول

که به ترتیب دارای l_1, l_2, l_3 ستون شامل سه قسمت به طول های
می باشند h_1, h_2, h_3 ارتفاع ثابت

ستون با مقطع باریک شونده

$$\frac{EI_0}{a^2} \frac{d^2}{dx^2} \left[x^2 \frac{d^2 w}{dx^2} \right] + N \frac{d^2 w}{dx^2} = -N \frac{d^2 w_0}{dx^2}. \quad (5)$$

$$w_0(x) = -4 \frac{a_0}{\ell^2} \left[x^2 - (2a + \ell)x + a(a + \ell) \right]. \quad (6)$$

$$w(x) = \sqrt{\frac{x}{a}} \left[A \cos \left(\mu \ln \frac{x}{a} \right) + B \sin \left(\mu \ln \frac{x}{a} \right) \right] + Cx + D \quad (7)$$

where

$$\mu = \sqrt{\frac{Na^2}{EI_0} - \frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{\beta^2}{\bar{\ell}^2} - \frac{1}{4}}, \quad \beta^2 = \frac{N\ell^2}{EI_0}, \quad \bar{\ell} = \frac{\ell}{a}$$

$$\frac{EI_0}{a^2} \frac{d^2}{dx^2} \left[x^2 \frac{d^2 w}{dx^2} \right] + N \frac{d^2 w}{dx^2} = 8N \frac{a_0}{\ell^2}. \quad (8)$$

$$C_p = \frac{4\beta^2}{2\bar{\ell}^2 + \beta^2} \frac{a_0}{\ell^2}. \quad (9)$$

$$w = \sqrt{\frac{x}{a}} \left[A \cos \left(\mu \ln \frac{x}{a} \right) + B \sin \left(\mu \ln \frac{x}{a} \right) \right] + Cx + D + C_p x^2. \quad (10)$$

شرایط مرزی مساله به فرم زیر است

$$w(a) = 0 \quad (11)$$

$$M(a) + R_A w'(a) = 0 \quad (12)$$

$$V(a + \ell) + T_A w(a + \ell) = 0 \quad (13)$$

$$M(a + \ell) - R_B w'(a + \ell) - N e = 0 \quad (14)$$

where

$$M(x) = -\frac{EI_0 x^2}{a^2} w''(x) \quad (15)$$

$$V(x) = -\frac{EI_0}{a^2} [x^2 w'''(x) + 2x w''(x)] - N w'(x). \quad (16)$$

$$\left(\beta^2 + \frac{1}{2}\bar{R}_A\bar{\ell}\right)\bar{A} + \mu\bar{R}_A\bar{\ell}\bar{B} + \bar{R}_A\bar{C} = 2\bar{C}_p(1 - \bar{R}_A/\bar{\ell}) \quad (17)$$

$$\begin{aligned} &\bar{T}_B \left[\sqrt{1 + \bar{\ell}} \cos(\mu \ln(1 + \bar{\ell})) - 1 \right] \bar{A} \\ &\quad + \bar{T}_B \sqrt{1 + \bar{\ell}} \sin(\mu \ln(1 + \bar{\ell})) \bar{B} + (\bar{T}_B - \beta^2) \bar{C} \\ &= \bar{C}_p [4\bar{\ell} + 2\beta^2/\bar{\ell} - \bar{T}_B((1 + \bar{\ell})^2 - 1)/\bar{\ell}^2] \quad (18) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\left[\frac{\bar{R}_B\bar{\ell}}{\sqrt{1 + \bar{\ell}}} \left\{ \frac{1}{2} \cos(\mu \ln(1 + \bar{\ell})) - \mu \sin(\mu \ln(1 + \bar{\ell})) \right\} \right. \\ &\quad \left. - \beta^2 \sqrt{1 + \bar{\ell}} \cos(\mu \ln(1 + \bar{\ell})) \right] \bar{A} \\ &\quad + \left[\frac{\bar{R}_B\bar{\ell}}{\sqrt{1 + \bar{\ell}}} \left\{ \mu \cos(\mu \ln(1 + \bar{\ell})) + \frac{1}{2} \sin(\mu \ln(1 + \bar{\ell})) \right\} \right. \\ &\quad \left. - \beta^2 \sqrt{1 + \bar{\ell}} \sin(\mu \ln(1 + \bar{\ell})) \right] \bar{B} + \bar{R}_B\bar{C} \\ &= -\beta^2\bar{\ell} - 2\bar{C}_p \left((1 + \bar{\ell})^2 + \frac{\bar{R}_B}{\bar{\ell}}(1 + \bar{\ell}) \right) \quad (19) \end{aligned}$$

ستون پله ای

$$\frac{d^2}{dx_i^2} \left[\frac{d^2 w_i}{dx_i^2} \right] + k_i^2 \frac{d^2 w_i}{dx_i^2} = -k_i^2 \frac{d^2 w_{0,i}}{dx_i^2} \quad (i = 1, 2, 3) \quad (20)$$

$$w_i(x_i) = A_i \cos k_i x_i + B_i \sin k_i x_i + C_i x_i + D_i$$
$$(i = 1, 2, 3) \quad (21)$$

$$w_i(x_i) = A_i \cos k_i x_i + B_i \sin k_i x_i$$
$$+ C_i x_i + D_i + \frac{4a_0}{\ell^2} x_i^2 \quad (i = 1, 2, 3). \quad (22)$$

$$w_1(0) = 0 \quad (23)$$

$$w_1(\ell_1) = w_2(0) \quad (24)$$

$$w_1'(\ell_1) = w_2'(0) \quad (25)$$

$$w_2(\ell_2) = w_3(0) \quad (26)$$

$$w_2'(\ell_2) = w_3'(0) \quad (27)$$

$$M_1(0) + R_A w_1'(0) = 0 \quad (28)$$

$$M_3(\ell_3) - R_D w_3'(\ell_3) - N e = 0 \quad (29)$$

$$V_3(\ell_3) + T_D w_3(\ell_3) = 0 \quad (30)$$

$$-M_1(\ell_1) + M_2(0) - N_2 e_2 = 0 \quad (31)$$

$$V_1(\ell_1) - V_2(0) = 0 \quad (32)$$

$$-M_2(\ell_2) + M_3(0) - N_3 e_3 = 0 \quad (33)$$

$$V_2(\ell_2) - V_3(0) = 0 \quad (34)$$

where

$$M_i(x_i) = -E I_i w_i''(x_i) \quad (35)$$

$$V_i(x_i) = -E I_i w_i'''(x_i) - N_i w_i'(x_i). \quad (36)$$

$$w_1(0) = 0 \quad (23)$$

$$w_1(\ell_1) = w_2(0) \quad (24)$$

$$w_1'(\ell_1) = w_2'(0) \quad (25)$$

$$w_2(\ell_2) = w_3(0) \quad (26)$$

$$w_2'(\ell_2) = w_3'(0) \quad (27)$$

$$M_1(0) + R_A w_1'(0) = 0 \quad (28)$$

$$M_3(\ell_3) - R_D w_3'(\ell_3) - N e = 0 \quad (29)$$

$$V_3(\ell_3) + T_D w_3(\ell_3) = 0 \quad (30)$$

$$-M_1(\ell_1) + M_2(0) - N_2 e_2 = 0 \quad (31)$$

$$V_1(\ell_1) - V_2(0) = 0 \quad (32)$$

$$-M_2(\ell_2) + M_3(0) - N_3 e_3 = 0 \quad (33)$$

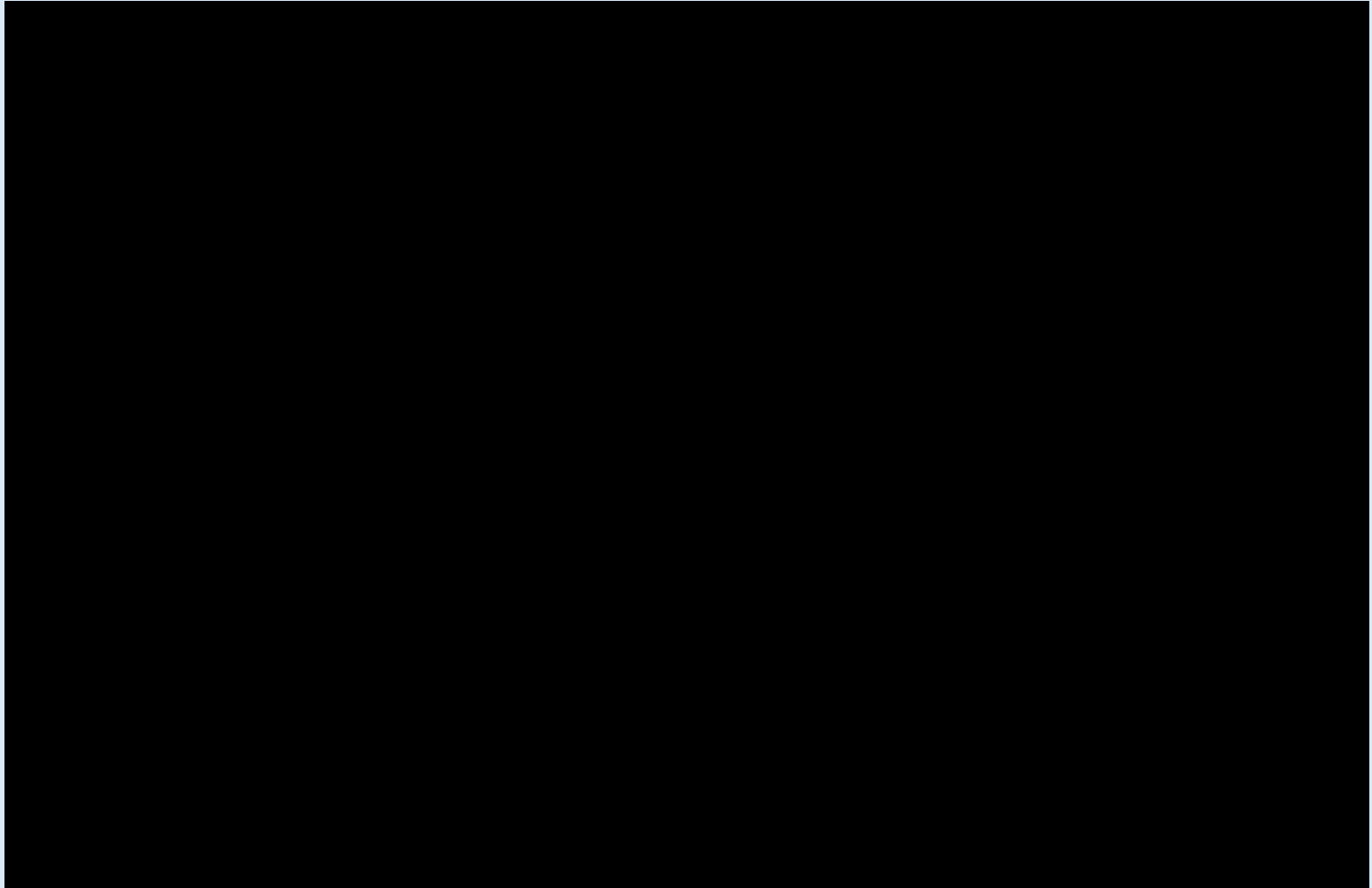
$$V_2(\ell_2) - V_3(0) = 0 \quad (34)$$

where

$$M_i(x_i) = -EI_i w_i''(x_i) \quad (35)$$

$$V_i(x_i) = -EI_i w_i'''(x_i) - N_i w_i'(x_i). \quad (36)$$





معیار خرابی

در این مورد یک معیار شکل پذیری معرفی شده است. به سادگی قابل فهم است که عضو به دلیل شرایط هندسی به بار الاستیک نهایی نمی رسد، ولی در عوض خرابی مصالح برای مقادیر بسیار کوچک رخ می دهد N تر بار.

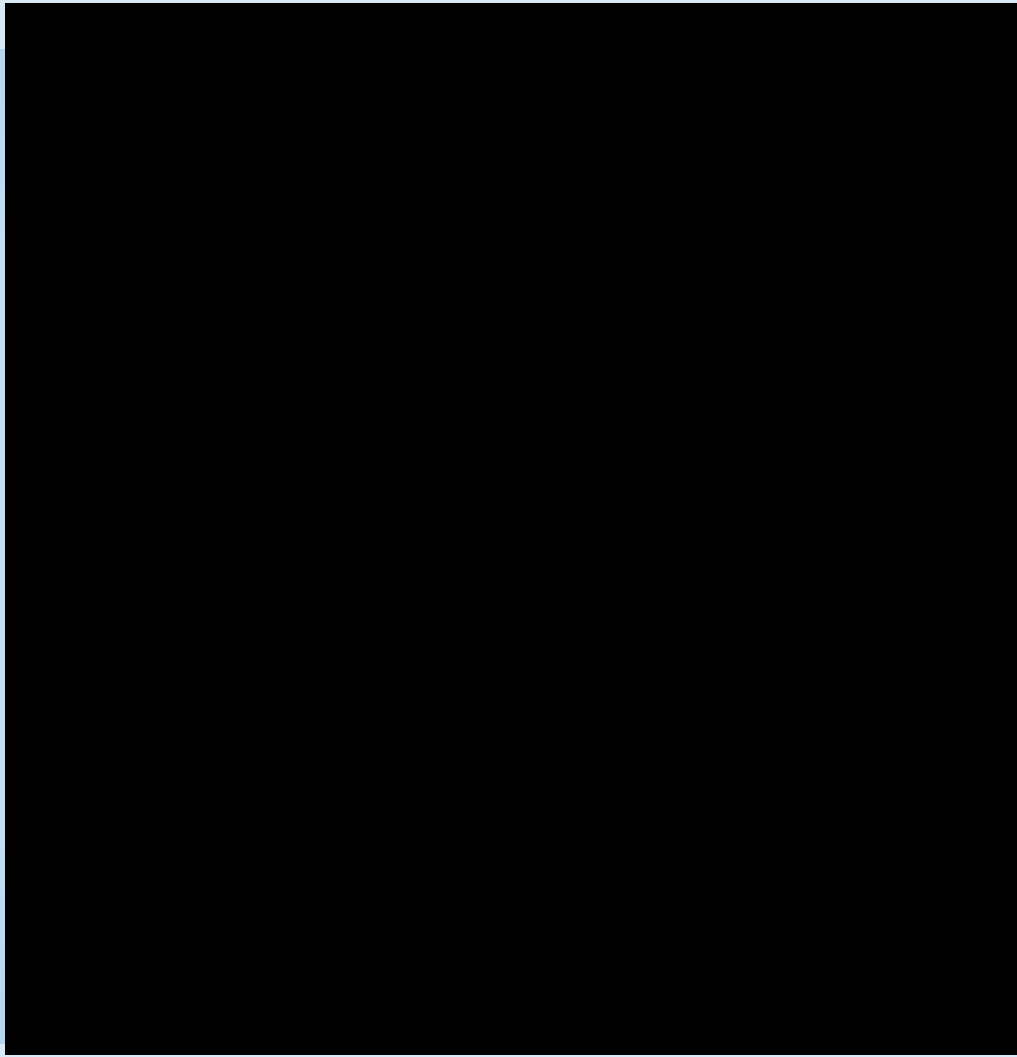
معیار پلاستیسیته به صورت زیر بیان می شود:

$$\frac{N_{sd}}{N_{Rd}(x)} + \frac{N_{sd}(e + w_T)}{M_{Rd}(x)} \leq 1. \quad (49)$$

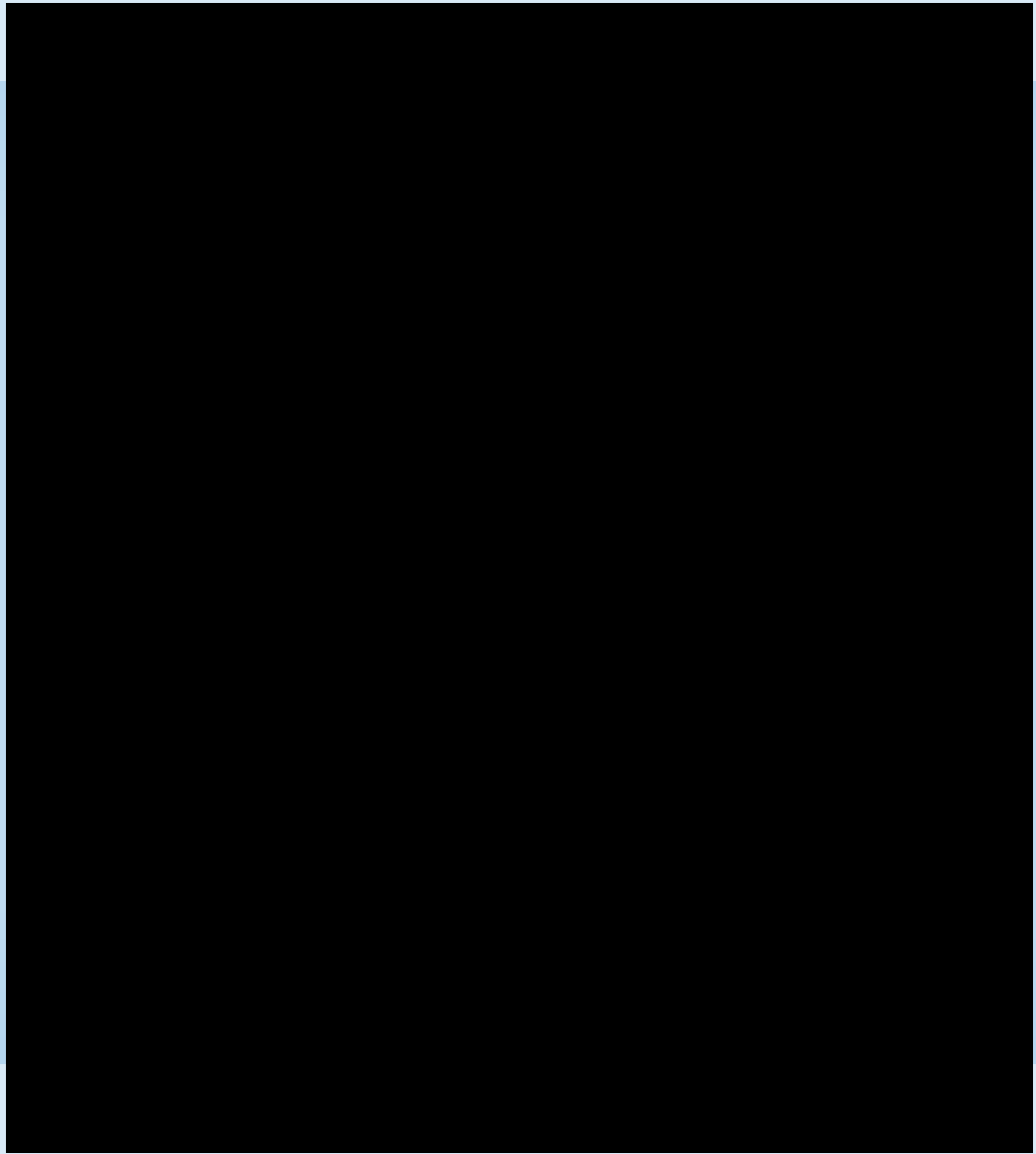
$$\beta_{pl}^2 \left[1 + \frac{2(\bar{e} + \bar{w}_T(x))}{\bar{h}_i} \right] \leq \frac{1}{\gamma_M} \frac{f_y}{E} \lambda_i^2 \quad (51)$$

آنالیز المان محدود غیر خطی

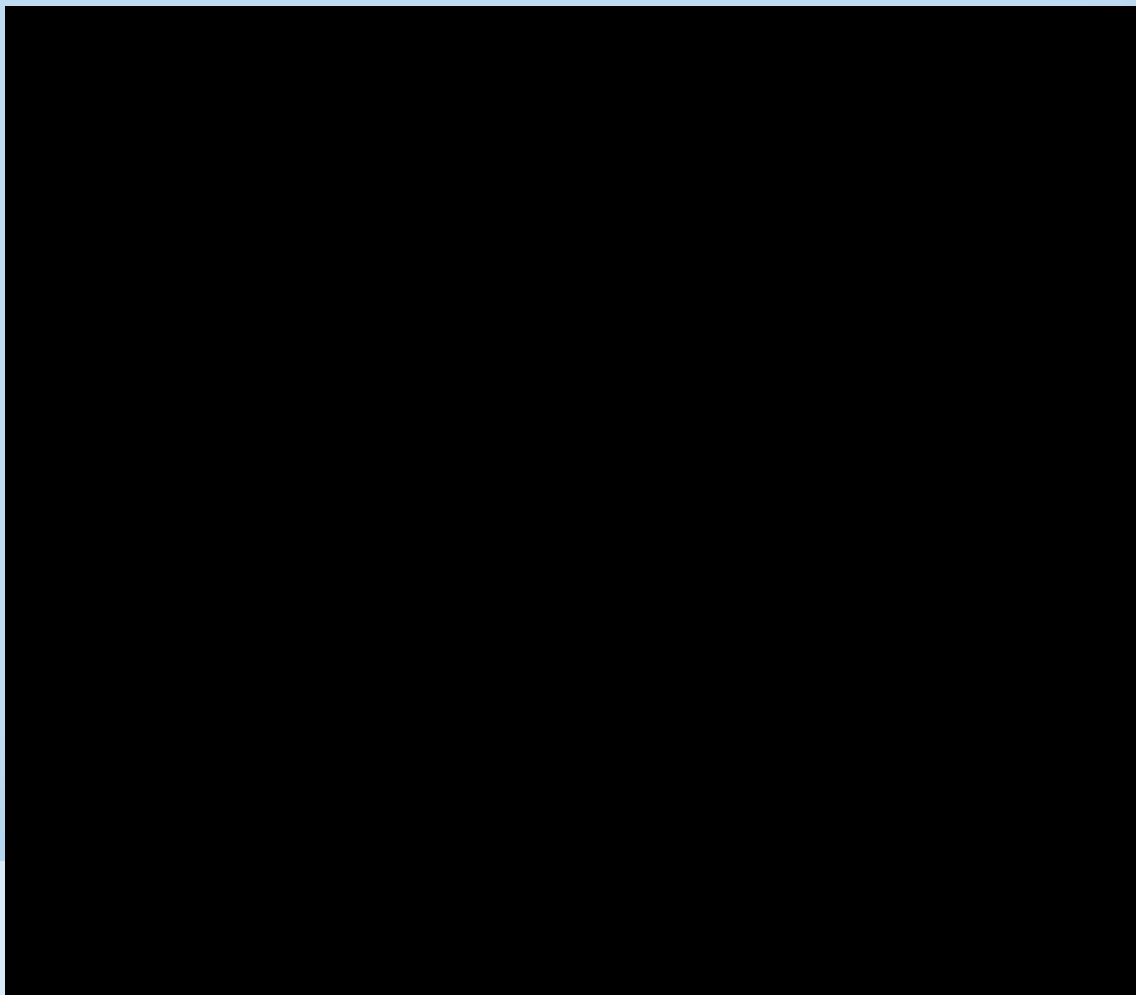
چند مورد نمونه از ستون های با مقطع غیر یکنواخت با ناکاملی اولیه و مشخصات هندسی مختلف با روش المان محدود مطالعه شده اند. برای کسانی که با روش های عددی آشنایی دارند آنالیز المان محدود غیر خطی برای محاسبه بارهای پلاستیک و مطالعه رفتار کمانشی ستون مورد استفاده قرار می گیرد. برای این مقصود بسته نرم افزاری المان محدود استفاده شده است. با کمک ویرایشگر از ستون به صورت فصایی مدل شده که می تواند در صفحه کمانش کند که تغییر مکان ها در جهت برای برخی نقاط محدود شده تا از کمانش حول محور ضعیف جلوگیری کند.



هم بال ها و هم جان با المان های تخت چهار ضلعی که در فضای سه بعدی جهت دار هستند مدل شده اند تا دقیقاً نمایانگر سازه واقعی باشند. هندسه مدل ایجاد شده توسط در شکل برای ستون باریک شونده و پله ای نشان داده شده است.

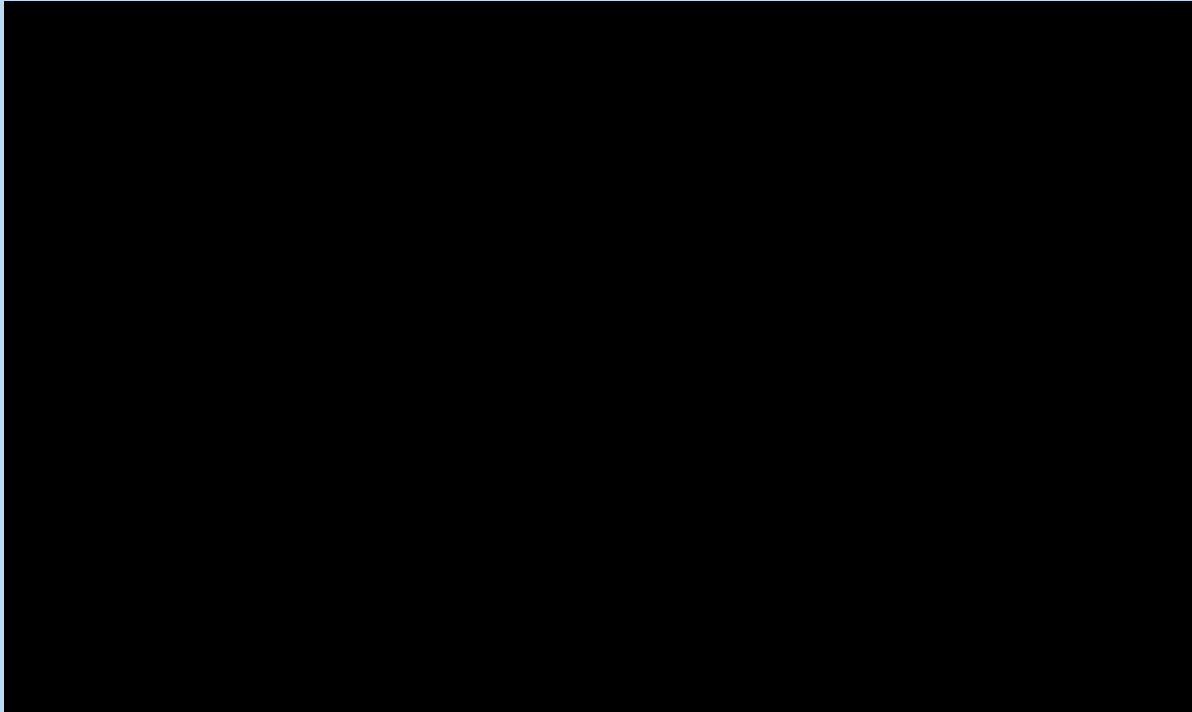


نتایج عددی

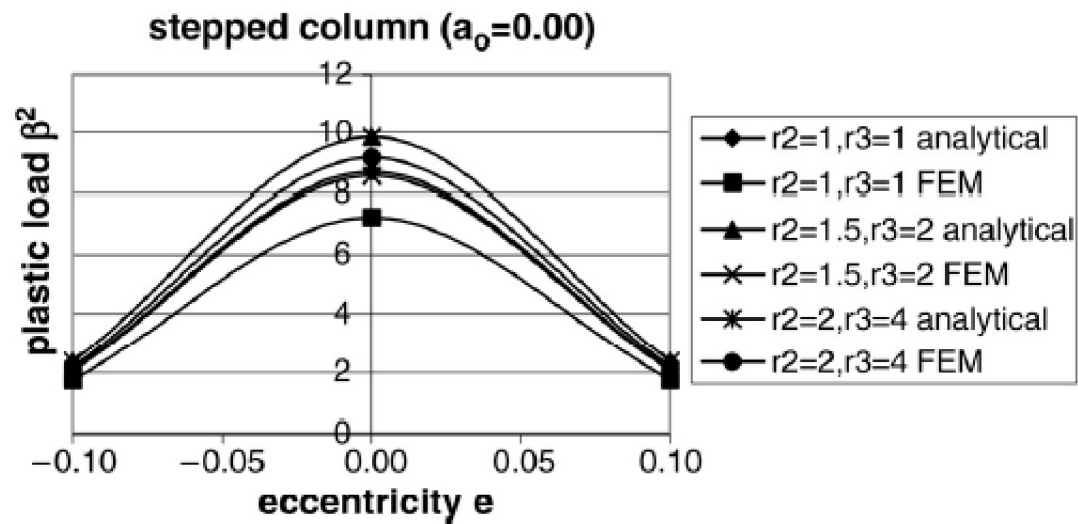




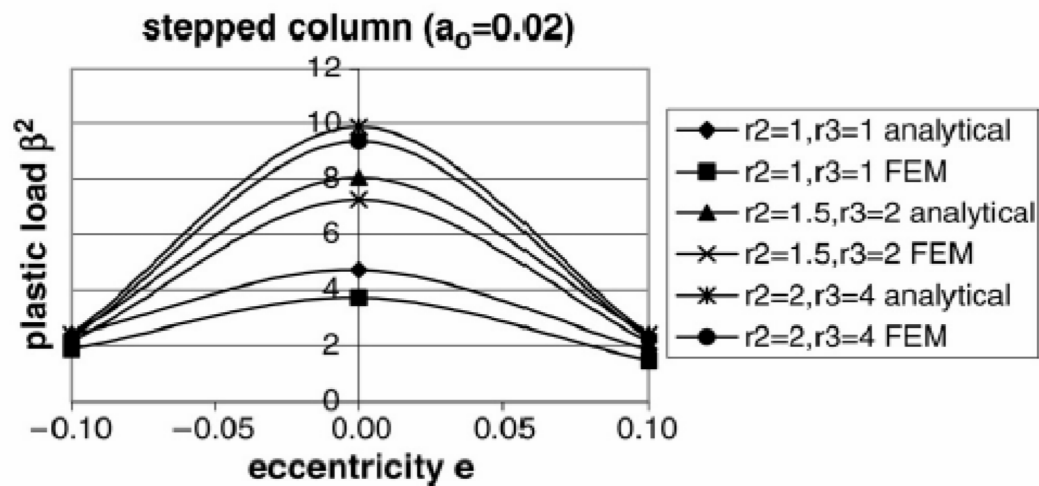








شکل 8(a). بارهای پلاستیک β_{pl}^2 برای ستون پله ای با $\bar{a}_0 = 0.0$ و مقادیر مختلف r_2, r_3



شکل 8(b). بارهای پلاستیک β_{pl}^2 برای ستون پله ای با $\bar{a}_0 = 0.02$ و مقادیر مختلف r_2, r_3





با تشکر از توجه شما