



Stability of structures

احسان عمرانی

استاد آقامی دکتر کیوانی

خرداد 1393

پایداری سازه

چکیده

تلاش این مقاله در جهت بازنگری گسترده‌ای در زمینه پایداری سازه‌ای، شامل سازه‌های الاستیک و غیر الاستیک، پاسخ استاتیکی و دینامیکی، رفتار خطی و غیر خطی، رویکرد انرژی، جنبه‌های ترمودینامیک، پایداری خزش و شکست و ناپایداری ناشی از عیب می‌باشد. اهمیت تئوری پایداری در زمینه‌های مختلف اعم از مهندسی و علوم کاربردی اشاره شده و تاریخ این تئوری به صورت منظم و خلاصه آورده شده است. اکثر تلاش‌های انجام شده (در این زمینه) به صورت خلاصه بازنگری و ثمرات روند اخیر خصوصاً تحلیل پایداری مکان عیب و شکست تاکید شده است. منبع انتخاب شده در Elsevier Science Ltd ©1999 ارائه شده است. تمام حقوق محفوظ است.

1- مقدمه:

پایداری بیانگر مسئله بنیادی در مکانیک جامدات می‌باشد که بایستی در مقابل فروپاشی آنی سازه، اطمینان لازم حاصل شود. تئوری پایداری دارای اهمیت بسیار مهم برای مهندسی سازه، مهندسی هوا فضا، مهندسی هسته‌ای، مهندسی دریا، اقیانوس، قطب شمال می‌باشد. این (پایداری) نقش مهمی در سازه‌های فضایی، سازه‌های خاکی، ژئوفیزیک و علم مواد دارد.

با توجه به فروپاشی سازه‌ها که ناشی از در نظر گرفتن یا درست نفهمیدن جنبه‌های پایداری در طراحی می‌باشد، اهمیت موضوع آشکار می‌شود. از مهمترین اینها می‌توان به فرو ریختن پل باریک Tacoma در سال 1940 اشاره کرد که ناشی از ناپایداری آیرودینامیک بود، یا فرو ریختن پل Quebec (کبک) در حوالی خیابان Lawrence در سال 1907 اشاره کرد، اما تعداد زیاد حادثه‌های مصیبت بار، درس‌های مهمی را ارائه می‌کنند؛ به عنوان مثال فرو ریختن بدنه فضایی Hartford Arena در سال 1978 و گنبد مشبک، تئاتر کالج پست در همین سال، یا فرو پاشی پل خربایی فولادی در ملبورن که چند سال پیشتر از 1978 اتفاق افتاد یا فرو ریختن برج خنک کننده Ferry bridge اشاره کرد. علاوه بر این به تاریخ ناپایداری‌های دینامیکی بال هواپیماها، کنترل نیروی پیشران موشک، ناپایداری شکست در سازه‌های ساخته شده در سراسیبه کوه-ها، حفاری رو باز یا زیر زمینی، سکوه‌های نفتی اقیانوسی می‌توان اشاره نمود.

تحلیل پایداری در مکانیک جامدات توسط حل اویلر برای کمانش ستون الاستیک ارائه شد (اویلر 1744). اکثر مسائل بنیادی مربوط به الاستیک خطی در مورد پایداری سازه‌ها با پایان قرن نوزدهم حل شد، اگر چه حل‌های بیشتر برای انواع سازه‌های نو ارائه گردید. قرن بیستم شاهد گسترش عظیم در تئوری پایداری رفتارهای غیر خطی که ناشی از تغییر شکل‌های بزرگ یا غیر خطیت ناشی از قوانین بنیادین مواد می‌باشد. در نیمه دوم قرن اخیر، پایداری دینامیکی، به ویژه سیستم‌های غیر پایستار، به خوبی ارائه شد. جنبه‌های خاصی اعم از پدیده آشوب (chaos) و همچنین جنبه‌های غیر خطی پیچیده رفتارهای بحرانی ناپایداری استاتیکی تنها در چند دهه‌ی اخیر مورد توجه قرار گرفت.

بزرگترین تأکید در حال حاضر بر تجزیه و تحلیل ناپایداری و دو شاخگی که ناشی از انتشار عیب نرم شوندگی یا شکست مواد می‌باشد. که این پدیده نه تنها از دیدگاه مهندسی و فیزیک مورد اهمیت است بلکه از دیدگاه مدلسازی محاسباتی نیز مهم می‌باشد.

اکثر موضوعات اشاره شده در اینجا به صورت مفصل همراه با جزئیات در کتابی که توسط Bazant و Cedolin (در سال 1991 چاپ شده) ارائه شده است، که از این پس با منبع [BC] ارائه می‌شود.

2- پایداری ستون‌ها، قاب‌ها و قوس‌ها

ایده‌ی بار بحرانی برای یک سازه‌ی الاستیک که نقطه‌ی تعادلش دچار دو شاخگی می‌شود، توسط اویلر در سال 1744 ارائه شد، همان کسی که حل بار بحرانی برای ستون را با شرایط مرزی مختلف ارائه نمود. هر چند که آزمایشات مقدار بار بحرانی محاسبه شده را تایید نکرد. این واقعیت توسط Young در سال 1807 توضیح داده شده، همان کسی که تشخیص داد، انحنای داخلی، گشتاور خمشی داخلی یا بار خارج از مرکز، نقش مهمی را در این زمینه ایفا می‌کند و فرمول‌هایی را به دست آورد که امروزه به فاکتور بزرگنمایی در تغییر شکل و گشتاور خمشی در ستون‌های دارای بار محوری معروف هستند. کیرشهوف در سال 1859 این تئوری را به تغییر شکل، در یک ترم انتگرال بیضوی به نام الاستیکا ارائه نمود.

اثرات برشی که در ستون‌هایی با سختی برشی پایین آشکار می‌شود، توسط Engesser در سال 1889 ارائه گردید. (هر چند متأسفانه یک دهه بعد به علت در نظر نگرفتن حلقه، پل Quebec در سال 1907 فرو ریخت، که این فرو پاشی ناشی از کمانش یکی از شبکه‌های قطری در خرپا بود که سختی برشی کافی نداشت).

تحلیل روش نرمی قاب‌ها برای پیدا کردن بار بحرانی‌شان، بر پایه وابستگی ماتریس نرمی ستون به بار محوری ارائه گردید. (توسط von Mises و Ratzersdorfer در سال 1926 و Chawalla در سال 1928

(و همین کار برای ماترسی سختی نیز ارائه شد.) توسط James در سال 1935 و Livesley و Chandler در سال 1956). روش نرمی، برای سازه‌ی معین استاتیکی، قاب‌های مضاعف می‌تواند مورد کاربرد قرار گیرد ولی می‌تواند موجب اشتباهاتی که ناشی از بارهای استاتیکی نامعین است منجر گردد. به این دلیل است که ماتریس نرمی بر خلاف ماتریس سختی دارای شرایط معین پایین است.

روش ماتریس سختی در فرم المان محدود (Finite elements) تیرها، تحلیل مناسبی برای کامپیوتر ارائه کرده است و محاسبه‌ی بار بحرانی برای قاب الاستیک را در حل واضح ارائه کرده است. برای قاب‌های متداول بزرگ، بار بحرانی را می‌توان به صورت تحلیلی از روش حساب دیفرانسیل بدست آورد. همچنین تحلیل ساده‌تر با تقریب قاب‌های متداول توسط میکرو قطبیت پیوسته ارائه نمود.

مسئله بسیار مهم، کمانش قوس و حلقه‌های بسیار نازک و طویل می‌باشد. حلی که توسط Boussinesq برای گنبد آویزان شده از دو قسمت ارائه شده بود، بعدها توسط Hurlbrink در سال 1908 تصحیح شد. ولی درک مناسب از قوس‌های نامعین استاتیکی تا 1970 حاصل نشده بود.

3- ناپایداری دینامیکی و آشوب

سازه می‌تواند پایداری خود را در حین حرکت شتابدار از دست بدهد. رفتار ناشی از ناپایداری دینامیکی ملزم می‌کند تعریف عمومی برای پایداری ارائه شود که این تعریف توسط Liapunov در سال 1893 ارائه گردید. او تقریباً بیان کرد که این حرکت سازه پایدار است، اگر تغییر کوچک در شرایط اولیه باعث تغییرات کوچک در پاسخ سازه گردند. این برای بارهای ناپایستار مهم است، به عنوان مثال این بارها از باد، سیالات یا پیش رانش جت ایجاد می‌شوند. حل حالات ناپایدار برای ستون با بار ناپایستار در حالت ایده آل، همانند بار عمودی محوری اعمال شده به ستون در اواسط قرن حل شد.

ناپایداری دینامیکی، به عنوان حرکت نوسانی نامنظم نیز یاد می‌شود که بایستی در بال‌های هواپیما، پل‌های معلق، دودکش‌های بلند، دکل مهار شده و سایر سازه‌ها در نظر گرفته شود (Simiu و Scanlan در سال 1986). نوع دیگری از ناپایداری که در سازه‌های مکانیکی تحت دوران ایجاد می‌شود پدیده رزونانس (تشدید) پارامتری می‌باشد. این پدیده بر این استوار است که تغییر شکل محوری ستون دارای دو برابر فرکانس ارتعاش عرضی ستون می‌باشد. در حالت ایده آل در نظر گرفته شده‌ی این مسئله منتج به معادله‌ی دیفرانسیل Matheieu می‌شود که به صورت تقریبی توسط Rayleigh در سال 1894 حل شد.

یک مورد مهم سیستم‌های پایستار می‌باشد، برای این تئوری لاگرانژ و دیریکله در سال 1788 بیان کردند که سیستم پایدار است اگر انرژی پتانسیل آن مثبت معین باشد. این تئوری این امکان را فراهم می‌کند که با

صرفنظر کردن از تحلیل دینامیکی و کاهش مسئله پایداری به تحقیق در مورد شکل سطح انرژی پتانسیل به عنوان تابع تعمیم یافته تغییر شکل سازه برسیم. تنها موفقیت محدود در بدست آوردن تابع مشابه با انرژی پتانسیل حاصل شد که به تابع لیا پانوف (Liapunov) معروف است که دربرگیرنده پایداری سیستم-های ناپایستار می‌شود.

اگرچه نیروی کوریولیس (همان نیروی ژيروسکوپیک) کاری انجام نمی‌دهد ولی این نتیجه حاصل شده که این نیرو دلیلی بر پایداری شفت‌های دوار در سرعت‌های فوق بحرانی می‌باشد. یک پدیده جالب در سیستم-های ناپایستار این است که ماشین‌های گردان با نیروی ژيروسکوپیک پایداری خود را حفظ می‌کنند، لوله-های انتقال سیالات، بال‌های هواپیما و سازه‌هایی تحت نیروی محوری عمودی با اعمال دمپینگ (میرایی) بی‌ثبات‌تر شوند. (Semler در سال 1998 ; Crandall در سال 1995 ; Nissim در سال 1965)

اخیراً مسئله ارتعاش بی‌نظم سیستم‌های غیر خطی، بطور شدیدی مورد توجه قرار گرفته است. در این گونه سیستم‌ها، مسئله پاسخ طولانی مدت سیستم غیر قابل پیش بینی می‌باشد ولی نمودار فضای فازی حالت معینی را نشان می‌دهد که پاسخ سیستم به سمت محدوده‌ی شکست منحرف می‌شود. (Thompson سال های 1982، 1989، 1986)

4- روش انرژی، رفتار فوق بحرانی و تئوری فاجعه

تئوری لاگرانژ- دیریکله تحلیل پایداری سیستم‌های پاستار را به چک کردن مثبت معین بودن ماتریس سختی سازه کاهش می‌دهد. به عنوان نتیجه تئوری لیاپانوف، بار بحرانی را می‌توان از روی ماتریس سختی سیستم معادل خطی شده تعیین کرد که در این حالت انرژی پتانسیل درجه دوم می‌باشد.

انرژی پتانسیل برای رفتار فوق بحرانی با ترم‌های بالاتر از درجه دوم که تابعی از تغییر شکل‌های تعمیم یافته است ارائه می‌گردد. اساس رفتار فوق بحرانی را می‌توان به حالت‌های زیر تقسیم بندی کرد: پایداری متقارن (که سیستم همیشه به عیب غیر حساس است)، ناپایدار متقارن، و نامتقارن (که هر دو به عیب حساس می‌باشند، آخری بیشتر از قبلی). برای تمام سیستم‌ها رفتار فوق بحرانی داخلی قانون توان Koiter در سال 1945 ارائه گردید، نتایج حاکی از تئوری پایداری برای تمام سازه‌های الاستیک این است که عیب باعث کاهش میزان ماکسیمم مقدار بار اعمالی متناسب با توان $1/2$ و $2/3$ اندازه عیب می‌باشد. کاهش مقدار ماکسیمم بار در قاب‌های الاستیک بر اثر وجود عیب به صورت ملایم بوده است، ولی در پوسته‌های استوانه-ای که تحت نیروی محوری فشاری یا خمش قرار دارند و در گنبد‌های کروی میزان کاهش بار ماکسیمم بسیار شدید بوده است که این مقدار به $1/8$ تا $1/3$ بار بحرانی رسیده است.

یک نوع مهم دیگر از نوع ناپایداری در سیستم‌های الاستیک از میان گسیختن می‌باشد. این نوع ناپایداری در سیستم‌های غیر خطی که دوشاخگی با تغییر شکل متقارن وجود نداشته باشد اتفاق می‌افتد، به عنوان مثال در قوس‌های هموار یا پوسته‌های نازک این ناپایداری می‌تواند اتفاق بیافتد.

توپولوژی سطح انرژی پتانسیل در نزدیکی‌های بار بحرانی می‌تواند چنان افزایش یابد که به رفتار فوق بحرانی برسد. رفتارهای مشابه این می‌تواند در بسیاری از مسائل فیزیک و علوم اتفاق بیافتد. این پدیده زیاد در تئوری فاجعه مورد مطالعه قرار گرفته است. (Thompson در سال‌های 1982، 1989، 1986)، نتیجه معروف Thom این واقعیت را بیان می‌کند که در سیستمی با حداکثر 2 جابجایی و حداکثر 4 پارامتر کنترلی که با مقدار بار و عیب در گیر می‌باشد، حداکثر 7 نوع فاجعه اساسی می‌تواند وجود داشته باشد که عبارتند از: چین خوردگی، نوک تیز، دم چلچله‌ای، پروانه، بطن هیپربولیک، بطن بیضوی، بطن سهموی.

انرژی پتانسیل برای تقریب زنی اساسی در حل بار بحرانی و رفتار فوق بحرانی مفید می‌باشد. نقش اساسی در این قسمت را خارج قسمت رایلی (Rayleigh سال 1894) بازی می‌کند که بر پایه منحنی خیز تقریبی تکامل یافت و مقدار ماکسیمم بار بحرانی را ارائه می‌دهد. هنگامی که این ستون یا تیر از لحاظ استاتیکی معین هستند نزدیکترین حد بالایی بار بحرانی توسط خارج قسمت تیموشینکو تعیین می‌شود (Timoshenko و Gere سال 1961) که در واقع همان مدل کاهش مرتبه یافته خارج قسمت رایلی می‌باشد. مینیمم کردن خارج قسمت رایلی که از سطح تغییر شکل تعیین شده است به صورت تابع مستقل خطی بیان شده است که معادل با روش مستقیم تغییرات ریتز (Ritz) است. روند مینیمم سازی منتج به تعیین بار بحرانی می‌شود.

در بازنگری ایمنی سازه‌های روش‌هایی که حد پایین را تعیین می‌کنند، دارای مقبولیت می‌باشند. هرچند که این مسئله‌ی بسیار مشکلی است و حدهای تعیین شده چندان دقیق نیستند.

هر از گاهی تعیین انرژی پتانسیل از طریق معادلات دیفرانسیل و شرایط مرزی با استفاده از تغییرات مفید می‌باشد.

5- پوسته، صفحه و تیرهای جدار نازک

تیرهای بلند جدار نازک، همانند پروفیل‌های فلزی سرد کاری شده و تیرهای فولادی یا بتنی جهت کاربرد در پل‌ها و ساختمان‌ها بیانگر پوسته‌های بلند هستند که می‌توان به صورت تقریبی با روند شبه تغییرات با آنها برخورد کرد. (روش تغییرات کانترویج). که در این روش مد اصلی تغییر شکل از طریق انرژی پتانسیل تعیین می‌شود. برای مقاطع باز مهمترین مد تغییر شکل پیچشی مقطع عرضی است که با خمش دو جهته متغیری از نیرو خواهد بود. مسائل پیچش تابعی از فرمول‌های ساده برای کمانش جانبی و کمانش پیچشی محوری تیر ستون‌ها است. برای مدهای تغییر شکل پیچیده‌تر که دارای مشخصات سطح مقطع جعبه‌ای هستند، سیستم‌های معادلات دیفرانسیلی معمولی به صورت عددی حل می‌شوند، برای هر دو حالت آنالیز خطی برای بار بحرانی و تغییر شکل‌های فوق بحرانی غیر خطی بزرگ.

بارهای بحرانی صفحات دایره‌ای و مستطیلی الاستیک بوسیله‌ی تست‌های سری به آسانی حل می‌شوند. نکته جالب این است که ما بین مقادیر متعددی از بارهای بحرانی صفحه (همانند پوسته‌ها) کمترین مقدار اغلب متناسب با طولانی‌ترین طول موج پروفیل‌های تغییر شکل نیست. مطالعات مربوط به رفتار فوق بحرانی که اولین بار توسط (1910) von Karman و (1907) Foppl انجام گرفته است، نشان می‌دهد که ورق‌ها به صورت عموم حساسیت به ناکاملی ندارند، در واقع به صورت طبیعی یک ذخیره فوق بحرانی بزرگ را می‌تواند داشته باشد که به هر حال در تغییر شکل‌های خیلی بزرگ قابلیت انتقال دارند. ظرفیت حدی در تغییر شکل‌های فوق بحرانی به وسیله پلاستیک شدگی ورق به وجود می‌آید که کمانش‌های صلب شکل را توسعه می‌دهد که این امر باعث می‌شود ورق تقریباً همانند یک خرپا عمل کند. با استفاده از چنین شبیه سازی خرپایی، فرمول‌های ساده برای ماکسیمم بارهای صفحه مستطیلی استخراج می‌شود (von karman سال 1932) این فرمول‌ها مشخصه قابل توجهی دارد که نشان می‌دهد ماکزیمم بار توزیع شده مستقل از ابعاد صفحه می‌باشد.

تئوری پسته‌های کمتنش یافته یک تاریخچه بسیار جالب با دوره طولانی مدت مطالعه شده است. بعد از اینکه بارهای بحرانی تحت فشار کروی و فشار محوری پوسته‌های استوانه‌ای در اوایل قرن حل شد. (Lorenz در سال 1908، Timoshenko در سال 1910 و Southwell در سال 1914)، آزمایشات نشان داد بارهای شکست که 3 تا 8 برابر کوچکتر بودند اتفاق می‌افتد، این ناهماهنگی بارها بحث شد و توضیحی مناسب برای آن تا زمان کار von karman و Tsien (1941) پیدا نشد. در مقاله سمینارشان توضیح داده شده که در رفتار فوق بحرانی غیر خطی یافتند که توضیح این نقیصه این است که در ادامه می‌آید. این امر به علت دو شاخگی در بار بحرانی به شدت متقارن است. این توضیح بعدها برای هم خوانی با تئوری فوق

بحرانی عمومی Koiter (سال 1945) می‌باشد. در آینده، دهه‌های طولانی طول کشید تا به صورت آزمایشگاهی نشان داده شود که بارهای تئوریک برای پوسته‌ها در واقع به مقدار واقعی نزدیک شد که به علت کمبود بسیار کوچک ناکاملی‌ها است (Almoth در سال 1964، Tennyson در سال 1969، Chan و Tennyson در سال 1990). دلیل دیگر برای حساسیت ناکاملی زیاد پوسته‌ها به علت مدهای مختلف کمانشی است که با بارهای بحرانی دارای هم‌کشش است. تعیین بار شکست برای پوسته‌های ناکاملی امری بسیار دشوار است. حتی با استفاده از روش المان محدود (Budiansky و Hutchinson در سال 1964 و 1971). بنابراین پیدا کردن این بار متکی بر تصحیح عملی بار بحرانی با استفاده از روش فاکتور شکست knock-down، که این فاکتور برای انواع فرم‌های پوسته به صورت جدول درآمده است.

معمولاً افزایش خمش ناشی از کمانش برای پوسته را می‌توان کم عمق در نظر گرفت. این پدیده در تئوری پوسته‌های کم عمق در نظر گرفته شده است که مسئله تخمین بار بحرانی برای پوسته‌های استوانه‌ای را می‌توان به یک معادله مرتبه $1/8$ کاهش داد (Donnell در سال 1934). برای پوسته‌های معمولی این مسئله منتج به 8 معادله دیفرانسیل جزئی مرتبه اول می‌شود، این به تئوری Donnell-Mushtari-Vlasov مشهور است. در ورق‌های ساندویچی هم کنش کمانش موضعی و کلی خیلی مهم است (Plantema در سال 1966).

6- کمانش سازه‌های الاستوپلاستیک

در سال 1889 Engesser پیشنهاد داد که برای تعیین بار بحرانی در یک ستون غیرالاستیک می‌توان به جای مدول الاستیسیته، مدول مماسی به منحنی تنش- کرنش را مقدار این بار را تعیین کرد. اما در سال 1895 او پیشنهاد خود را بدین صورت عوض کرد که به جای مدول الاستیسیته، از مدول میانگین وزنی غیر وابسته به هندسه که مدول کاهش یافته نام دارد بایستی استفاده کرد. این تئوری بعدها توسط van karman (1910) بهبود یافت. بعد از بحث‌های پر سر و صدا در مورد اندازه‌گیری این مقدار، برای آلیاژهای آلومینیومی در صنعت هوانوردی، Shanley در سال 1947 در مقاله خود نشان داد که برای پیدا کردن مدول جایگزین به جای مدول الاستیسیته، بایستی از اولین پیشنهاد Engesser استفاده کرد یعنی مدول مماسی. این موضوع بدین علت است که ستون در بار ثابت کمانش نمی‌کند بلکه بایستی بار به صورت افزایش یابنده افزایش یابد.

تئوری Shanley، که توسط Hill در سال 1958 عمومیت یافت، امروزه برای تعیین اولین پدیده دو شاخگی در سازه‌های الاستوپلاستیک دارای مقبولیت است. این واقعیت که سازه بایستی در اولین بار دو شاخگی

کمانش یابد، به عنوان تحلیل سازه ناکامل منتشر شد و بعد از آن برای محاسبه افزایش آنتروپی استفاده شد. جنبه بسیار مهم کمانش الاستو پلاستیک این است که سازه در محدوده دوشاخگی شدن دارای پایداری نیست ولی در محدوده تغییر شکل فوق بحرانی پایدار است.

تفاوت بین بار بحرانی تعیین شده توسط تئوری مدول کاهش یافته Engesser و مدول مماسی Shanley برای موادی چون فولاد نرم بسیار کوچک است که به سرعت به قسمت افقی منحنی تنش-کرنش می‌رسد. به هر حال، برای پروفیل گرم نورد شده فولادی این اختلاف بسیار زیاد است. این واقعیت تا زمانی که کشف شد که دلیل این موضوع به علت تنش‌های حرارتی بزرگ که در ماده بعد از سرد شدن محبوس می‌گردند گنج کننده بود. که عاملی است که نمودار نیروی محوری نسبت به کوتاه شدگی ستون همواره بدون انتقال ناگهانی منحنی به نقطه تسلیم می‌رسد.

تعیین بار دوشاخگی بعدها نتایج جالب نشان داد که منتج به تعیین معادله بنیادی پلاستیک شد. آزمایش‌های کمانش پیچشی بر روی ستون‌های صلیبی (Gerard و Becker سال 1957) که بار بحرانی به مدول مماسی برای برشی وابسته است به عنوان تئوری تغییر شکل Hencky نام گرفت که در جنبه‌های مختلف مورد نقد قرار گرفت و نتایج خوبی را ارائه داد که تئوری‌های پلاستیسیته افزاینده بر مبنای سطح باردار (به عنوان مثال فون میزس یا ترسکا) دارای مقدار بار زیادی است. (Hutchinson سال 1974) رفتار پیچیده در ستون‌های بتنی مسلح مشاهده شد که نشان می‌دهد تغییر شکل غیر الاستیک شامل ترک خوردگی کششی و لغزش تار می‌باشد. (Xiang و Bazant، BC سال 1997)

تغییر شکل‌های بزرگ پلاستیک ستون‌ها برای درک مقدار ظرفیت جذب انرژی انفجار، ضربه و زلزله مورد نیاز است. برای تغییر شکل‌های بزرگ، برای ستون‌های لاغر، می‌توان فرض کرد که مفصل‌های پلاستیک ناشی از جاری شدن تشکیل می‌شود و محاسبات را به شدت ساده می‌کند. یک مسئله سخت توسط راه حل‌های کرنش محدود بحث اجزای محدود پدیدار گشته است (به عنوان مثال Needleman سال 1982 و Tvergaard سال 1982) که ناشی از تمرکز کرنش پلاستیک مانند گلویی در میله‌های تحت کشش است. ناپایداری‌های محلی پلاستیک برای لوله‌های ترکیده و دیگر پوسته‌های تحت فشار داخلی، یا برای شکست جعبه‌ها (تیوب) ناشی از جاری شدن سطح مقطع، و برای ذخیره‌های فوق بحرانی در ورق‌ها و همچنین شبکه‌های دارای دیوار نازک به کار می‌رود.

7- تحلیل ترمودینامیکی پایداری سازه

اگر چه تحلیل پایداری یک سازه غیر الاستیک را می توان با تحلیل اثرات تمام ناکاملی ها بررسی کرد، ولی استفاده از روند ترمودینامیکی برای انجام این هدف بسیار ساده است و دارای حالت عمومی می باشد. از آنجایی که یک سازه غیر الاستیک در حالت عادی در معادله ی ترمودینامیک صدق نمی کند ولی استفاده از ترمودینامیک غیر قابل برگشت به عنوان یک اصل الزامی می باشد.

ترمودینامیک کلاسیک که تنها با حالت نامحدود با معادله ی ترمودینامیک (و بسیار ساده تر) سر و کار دارد، علیرغم این می توان از آن برای ارائه فرضیه ای برای تعادلی مماسی سازه ی غیرالاستیک استفاده کرد. وجود چنین سازه ای که البته به طور ضمنی اشاره به برنامه المان محدود که در حالت افزایش یابنده بار دارد، به طوری که اساسی توسط سختی مماسی تحلیل شده است. به علت تنوع زیاد انواع بارگذاری ها، عموماً تعداد متعددی از معادلات مماسی را برای سازه ی الاستیک می توان در نظر گرفت.

با کاهش مسئله به سازه ی الاستیک، یک نفر می تواند آنتروپی افزایشی و داخلی سیستم سازه ای که شامل بارگذاری است را به عنوان پتانسیل ترمودینامیکی ارائه دهد. آنتالپی یا انرژی آزاد Gibbs یا Helmholtz که بیانگر پتانسیل ترمودینامیکی تحت شرایط هم دما و آدیاباتیک می باشد بستگی به متغیرهای نیرو و تغییر مکان دارد. معیار ساده ی ترمودینامیکی برای پایداری سازه های غیر الاستیک در شرایط قبل از مقدار ماکزیمم و بعد از آن و در رفتارهای (تغییر شکل های آنی) تحت شرایط مختلف کنترل بار، کنترل تغییر شکل، و کنترل هم زمان این دو مورد به چاپ رسیده است. به طور عمومی پایداری سازه بر پایه مثبت و معین بودن دومین متغیر این تابع پتانسیل تعیین می شود که بیانگر تابع درجه دوم کار می باشد و این کار به ماتریس سختی مماسی وابسته است و معادل با مقدار منفی افزایش آنتروپی سازه باردار است.

همچنین ترمودینامیک مشخص می کند که سیستم بعد از پدیده دو شاخگی، کدام شاخه را برای ادامه ی رفتار خود بر می گیرند. برای رسیدن به این هدف، یک شخص می تواند انحراف از حالت تعادل را با در نظر گرفتن تغییرات بار در نظر بگیرد و مشاهده کند که سازه به کدام نقطه تعادل نزدیکتر است و از این طریق شاخه مورد نظر را پیش بینی کند. مسیری که سازه انتخاب می کند، مقدار ماکزیمم حالت تعادل جدید بر پایه آنتروپی افزایشی درجه دوم است.

حالت دو شاخگی با استفاده از تعیین نقاط تکین ماتریس سختی مماسی به دست می آید. (Hill سال 1958 و 1962، Maier و همکاران سال 1973، Petryk سال 1985، Nguyen سال 1987) ماتریس سختی مماسی که معین کننده اولین دو شاخگی است بر این فرض به دست می آید که مدول مماسی برای

تمام نقاط سازه قابل کاربرد است. هنگامی که کمترین مقدار ویژه ماتریس عدد منفی شود، در این صورت نقطه گذر از دو شاخگی اتفاق می‌افتد. برای این شرایط الزاماً سازه ناپایدار نمی‌شود و به این دلیل بر پایه برنامه المان محدود شرایط دو شاخگی از طریق المان محدود قابل تشخیص نیست. (de Borst سال 1987 و 1988).

رفتارهای پیچیده زیادی را می‌توان با در نظر گرفتن عیب و اصطکاک می‌توان در نظر گرفت که در این حالت، دو شاخگی دارای حالت غیر متقارن است. نقطه تکین ماتریس مشخص کننده دو شاخگی ماتریس است هر چند که پایداری دو شاخگی مستقیماً از روی تقارن ماتریس مشخص می‌شود. (قضیه Bromwich, BC)

تحلیل پایداری سیکل بار در مواد الاستو پلاستیک یک محدودیت مهم برای قوانین پایه‌ای ایجاد می‌کند. این بر این پایه است که در مواد اصطکاکی، قانون جریان الزاماً باعث ناپایداری نمی‌شود. و این را می‌توان بر پایه تحلیل به اصطلاح چگالی انرژی درجه دوم اصطکاکی بررسی کرد که در مثال Mandel عمومیت یافته است.

8- ناپایداری آسیب محلی

محلی سازی آسیب یک مکانیزم شکست مطلوب برای سازه های غیر الاستیک است که مواد، آسیب کرنش-نرم شدگی را از خود نشان می دهند. چنین آسیبی را با روابط تنش-کرنش نشان می دهند و یک شیب کاهشی نزولی از قله در آن مشاهده می‌شود. (Bazant سال 1986 و 1994، Bazant و Chen سال 1997، Bazant و Planas سال 1998) و عموماً یک فقدان در نا محدودی مثبت ماتریس سختی مماسی مواد در آن وجود دارد. روابط تنش کرنش از این نوع از سال 1950 برای بتن توسط روابط آزمایشگاهی حساب شده است. به هر حال مهندسانی که مفهوم عملی پایداری را درک کرده بودند، تمام مطالعات کرنش-نرم شدگی را برای دهه های متمادی بکار بردند تا زمانی که کشف شد که نرم شدگی کرنش می تواند با معرفی پارامتر طول برای مواد شبیه سازی شود. شاید به خاطر اینکه مشخصات کرنش-نرم شدگی در متغیر های آسیب جدایی پنهان شده بودند در حالی که تنش واقعی هیچ کرنش نرم شدگی را نشان نمی دهد. در غیاب مشخصات طول، ماده نمی تواند موج را منتقل نماید. مسائل مقدار مرز دینامیک به شدت در مقام تضعیف قرار دارند و معادلات دیفرانسل نسبی آن را از هزلولوی به بیضوی تغییر داده اند. (Hadamard سال 1903) نظرات متنوعی در مورد این نوع مسائل تا سال 1985 ارائه شده بود

به زبان ریاضی، مبانی کرنش نرم شدگی حتی بدون در نظر گرفتن طول مواد تاثیر گذار است. راه حل های دقیق یکتا برای برخی از مسائل انتقال موج داده شده است. به هر حال مشخصات فیزیکی غیر قابل قبولی نشان می دهند. مسئله دینامیک یک مسئله ضعیف است و از زمانی که نرم شدگی قله کرنشی آغاز می شود، آسیب به صورت همزمان در یک ناحیه به اندازه صفر متمرکز می شود. پس سازه با انرژی صفر کمانش می کند

کرنش نرم شدگی به هر حال می تواند بدون معرفی کردن طول ماده آنالیز شود. چنین آنالیزی توسط رادنیکی و رایس که برای اولین بار اثر غیر خطیت هندسی را برای کرنش محدود در محل کرنش پلاستیک برای یک لایه نامحدود با ضخامت اختیاری در یک جسم بی نهایت حل کردند. یک روش مشابه برای محلی سازی بعدها برای نرم شدگی مواد به کار رفت. دو مسیری بوسیله تکین بودن تانسور اکوستیک مواد شناسایی شد. زمانی که جهت لایه محلی بسته شده بود. یا تکین بودن ماتریس مماسی مواد در هر جهت اختیاری باشد. محلی سازی همچنین می تواند بوسیله کمبود جریان پلاستیک ایجاد شود. در مورد یک جسم نامحدود، شرایط دو شاخگی بیانگر حد پایداری است. ولی برای یک جسم محدود، ضخامت لایه محلی برای پایداری مهم است. اولین بار برای یک میله کرنش نرم شده در سال 1976 و بعدها برای ضخامت محدود در یک جسم محدود استخراج شد. شرایط برای دو شاخگی و کاهش پایداری بصورت تحلیلی برای دامنه ی بیضوی محلی فرمول بندی شده است. توسط تئوری اشلیبی. دو شاخگی های دینامیک با محلی سازی های نشان داده شده زیر بار زلزله در سازه بتنی اتفاق می افتد.

روابط بنیادی برای مقاومت-نرم شدگی به عنوان تخمینی از توزیع ترک خوردگی در سازه های بتن مسلح به وسیله Rashid در آنالیز اجزا محدود انجام گرفت. چنین روش های محاسباتی به علت نحوه انتخاب نوع و اندازه و هندسه مش بندی زیاد کاربردی نشد. (زیرا باعث همگرایی نادرست در بحث مش بندی می شد).

درک ضرورت موضوعیت محاسبات اجزا محدودی باعث معرفی طول مشخصه مواد گردید که باعث گردید مدل نوار ترک فرمول بندی شود. سپس مبانی غیر محلی از الاستیسته به آنالیز کرنش-نرم شدگی آسیب انتقال داده شد. مدل نوار ترک خورده و با موضوعیت کمتر مدل آسیب غیر محلی، ساده سازی های زیادی را متحمل شده اند. ولی به صورت گسترده ای در آنالیز سازه های بتنی و حفاری های زمین شناسی مورد استفاده عملی قرار گرفته اند به هر حال مدل غیر محلی اغلب احتیاج به المان محدود کوچک دارند تا به این وسیله به غیر هم پیوستگی مستتر در آن غلبه نماید (چه نوار مستتر با ناپیوستگی کرنشی و چه خط مستتر با ناپیوستگی جابجایی). به عنوان یک تقریب سازی برای انتگرال گیری متوسط غیر محلی که دارای حسن محاسباتی هستند یک مدل گرادیان دوم برای کرنش نرم شدگی معرفی شد. فرم موثر آن، کرنش غیر

محلی را از کرنش محلی ناشی از سیستم جدا شده معادلات دیفرانسیل نسبی Helmholtz حل می‌کند. ناپایداری‌های محلی لغزشی پیچیده در اصطکاک مستقل از سرعت مشاهده شد.

9- مسائل پایداری گسترش ترک خوردگی

مکانیک شکست، مسائل متعددی را ارائه می‌دهد مخصوصاً زمانی که سر ترک‌های زیادی با هم عمل می‌کنند. در مورد یک سر ترک ساده، حد پایداری توزیع ترک خوردگی زمانی می‌رسد که منحنی آزاد شدگی انرژی در یک بار ثابت در برابر طول ترک، مماس بر منحنی R مصالح شود. برای تعدادی از هندسه‌های ترک خورده و برای سازه‌های بزرگ منجر به ناپایداری‌های پرشی سازه می‌گردد. در مورد مدل ترک پیوسته، حد پایداری در فرم‌های یک معادله انتگرال معین داده می‌شود. رشد همزمان تعداد زیادی ترک منجر به دوشاخگی و همچنین از دست دادن پایداری می‌شود. این موضوع می‌تواند روی ماتریس سختی مماسی در فرم‌های مشتقات جزئی ناشی از فاکتور شدت تنش سر ترک با توجه به بیان طول هر ترک در سازه آنالیز شود.

اغلب یافت می‌شود که یک جسم هموزن که دارای توزیع هم زمان ترک می‌باشد مسیر پایداری سیستم را مشخص نمی‌کند. علاوه بر این، رشد ترک خوردگی به یک ترک ساده محدود می‌گردد و دیگر ترک‌ها رشد شان متوقف می‌گردد یا شروع به بار برداری می‌کند. یک مثال مهم برای چنین مسائلی ترک‌های موازی ناشی از سرد شدگی یا آبرفتگی ناشی از تبخیر آب در مصالح متخلخل است. نتیجه این است که هنگامی که ترک‌های موازی برای رسیدن به یک عمق خاص، هر ترک دیگر در حال رشد متوقف می‌کند و آنهایی که متوسط زیاد شدند باز هم دوباره هر ترک دیگر در حال رشد متوقف می‌کند و غیره. در این روش ملاحظات پایداری بر فضای خالی بین ترک‌ها حاکم است. این چنین مباحثی در روسازی جاده‌ها نیز حاکم است همچنین در زمین شناسی برای بررسی رفتارهای مواد مذاب آتش فشانی به کار می‌رود.

10- نماهای کرنش محدود برای پایداری در سه بعد

برای محاسبه ماتریس سختی مماسی و حالت بحرانی، انرژی پتانسیل باید به صورت صحیحی در فرم‌های چهار گانه جابجایی بیان می‌شود. این بدین معنی است که تانسور کرنش محدود، باید به صورت صحیحی در فرم‌های مرتبه دوم بیان شود. به هر حال، انواع مختلفی از اندازه‌گیری کرنش محدود وجود دارد که دارای فرم‌های مختلف از مرتبه دو می‌باشند. برای هر کدام از آن‌ها، معادلات تعادل فزاینده، ماتریس سختی مماسی و بارهای بحرانی گوناگون بیان شده‌اند. این واقعیت باعث سر در گمی طولانی مدت در تئوری پایداری اجسام سه بعدی شده است. تعدادی تئوری که اغلب نتایج مختلف می‌دهند توسط آقایان

Southwell (1914)، Biezeno و Hencky (1928)، Trefftz (1933)، Pearson، Hill (1958)، Haringx (1942)، Neuber (1943) و دیگران ارائه شده است.

این تنوع رابطه باعث ایجاد بحث‌هایی شده است. البته مشخص است که همه این تئوری‌ها معادل هستند. (Bazant سال 1971) چون معادلات بنیادی و در نتیجه سختی مماسی مدولی مصالح مختلف هستند، با مقادیر مختلف مدولی برای تئوری‌ها اجزای مختلف چهار گانه برای تانسور کرنش محدود به دست می‌آید. روابط ساده بین مدول الاستیک مماسی برای تئوری‌های مختلف چاپ شده است. بدین منظور، به عنوان مثال نشان داده شده است که فرمول‌های Engesser و Haringx برای کماتش برشی ستون‌ها با هم ضد و نقیض نیست ولی هر کدام موجودیت خود را دارند. (اگرچه مدول‌های برشی بایستی از شیوه‌های مختلف حساب شوند).

مسئله فوق الذکر برای تیرها و ورق‌ها و پوسته‌ها بدون برش مطرح نمی‌شود زیرا در این موارد بخش مرتبه دوم تانسور کرنش محدود فقط بستگی به چرخش مقاطع عرض دارد که هیچ ابهامی باقی نمی‌گذارد.

تئوری کرنش محدود برای حل کماتش داخلی سه بعدی جامدات، کماتش سطحی، کماتش ستون‌های ضخیم، تیوب‌های ضخیم، برجستگی‌های میله‌های فشاری به کار می‌رود. بار بحرانی برای این مدهای کماتشی به صورت عمومی از همان مرتبه از بزرگی هستند که مدول سختی مماسی مواد دارد. این بدین معنی است که چنین ناپایداری‌هایی می‌تواند فقط در مصالحی رخ دهد که درجه بالایی اورتوتروپی دارند به همراه سختی برشی کم که به عنوان نتایج شکست مواد به کار می‌رود مانند ریز سازه فیبر گونه یا ریز سازه شبکه گونه (به عنوان مثال ستون شبکه ای ساخته شده) در کامپوزیت‌های فشرده فیبری، ناپایداری‌های سه بعدی، موجب افزایش دور نوارهای پیچ خوردگی می‌شود که قدرت فشار را کنترل می‌کنند. (Rosen سال 1965، Budiansky سال 1983 و Fleck، 1997، Bazant سال 1999)

11 - کماتش سازه‌های ویسکوالاستیک و ویسکوپلاستیک

استقلال زمانی رفتار مواد که ویسکو الاستیک بودن یا ویسکو پلاستیک بودن مواد است، منجر به ناپایداری‌هایی می‌گردد که به صورت آنی بلکه در یک دوره طولانی ایجاد می‌شود. اگر ماده به صورت خطی ویسکو الاستیک بوده و جامد می‌باشد، یک سازه لاغر یک بار بحرانی طولانی مدت را نشان خواهد داد که باری است که بایستی در ناکاملی بسیار کوچک برای رسیدن به تغییر شکل‌های محدود در زمان نامحدود برسد. مسائل کماتش بلند مدت ممکن است بوسیله جانشینی مدولی الاستیک با اپراتور ویسکو الاستیک وابسته‌اش حل شود. بار بحرانی طولانی مدت، در هر صورت برای طراحی مورد استفاده نیست. مهم زمانی است که به

آن خواهد رسید برای یک ناکاملی داده شده، تغییر شکل ماکزیمم قابل تحمل یا تنش ناشی از کمانش مهم خواهد بود. این زمان می‌بایست از عمر طراحی بیشتر باشد.

وقتی مصالح ویسکوپلاستیک است، در تقارن با مواد ویسکوالاستیک یک زمان بحرانی محدود وجود خواهد داشت که تغییر شکل‌ها بوسیله یک ناکاملی کوچک محدود خواهند بود. زمان بحرانی برای کمانش ویسکو پلاستیک فولاد، دمایی را که قسمت‌های مختلف مکانیکی موتور گرمایی می‌تواند بیرون بدهد را کنترل می‌کند و مقدار عایق بودن سازه فولادی را در برابر گرما مشخص می‌نماید. عوارض بوجود آمده قابل ملاحظه در آنالیز طولانی مدت کمانش برای سازه‌های بتنی با توجه به محتوی شیمیایی، باعث ایجاد کهولت مواد به مانند ترک خوردگی پیش رونده و گسترش تدریجی آن با زمان می‌شود. کمانش بلند مدت مخصوصاً برای بام‌های بتنی پوسته نازک خیلی مهم است.

12- نتیجه گیری نظرات

پایداری سازه‌های الاستیک به خوبی در زمان حال درک شده است اگرچه ساده سازی‌هایی هنوز نیز برای حل مسائل احتیاج است و هنوز پیشرفت‌های بنیادی مورد انتظار است. بزرگترین چالش و فرصت‌ها در آنالیز پایداری شکست و خرابی می‌باشد و تعامل با غیر خطیت هندسی تغییر شکل. تعدادی مسئله در مورد پایداری سازه به مشخصات مصالح بستگی دارد. همچنین اثرهای حرارتی و کهنگی مصالح، بنابراین رفتار احتمالی ایمنی سازه در برابر از دست دادن پایداری یا تغییر شکل های زیاد بستگی دارد.